Prolog

(Listas and Aritmética)

Parcialmente adaptado de
<http://www.learnprolognow.org/>

Listas

- Uma lista é uma sequência finita de elementos
- Exemplos de listas em Prolog:

[mia, vincent, jules, yolanda]

[mia, robber(honeybunny), X, 2, mia]

[]

[mia, [vincent, jules], [butch, friend(butch)]]

[[], dead(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]

Listas

- Os elementos das listas estão entre parêntesis rectos
- O comprimento de uma lista é o seu número de elementos
- Qualquer termo Prolog pode ser um elemento de uma lista
- Existe uma lista especial:
a lista vazia []

Cabeça (Head) e Resto (Tail)

- Uma lista não vazia tem duas partes
 - A cabeça
 - O resto
- A cabeça é o primeiro elemento da lista
- O resto é tudo menos o primeiro elemento
 - O resto de uma lista é sempre uma lista

Cabeça e Resto exemplo 1

- [mia, vincent, jules, yolanda]

Head:

Tail:

Cabeça e Resto exemplo 1

- [mia, vincent, jules, yolanda]

Head: mia

Tail:

Cabeça e Resto exemplo 1

- [mia, vincent, jules, yolanda]

Head: mia

Tail: [vincent, jules, yolanda]

Cabeça e Resto exemplo 2

- $[[], \text{dead}(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]$

Head:

Tail:

Cabeça e Resto exemplo 2

- $[[], \text{dead}(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]$

Head: $[]$

Tail:

Cabeça e Resto exemplo 2

- `[[ ], dead(z), [2, [b,c]], [ ], Z, [2, [b,c]]]`

Head: `[ ]`

Tail: `[dead(z), [2, [b,c]], [ ], Z, [2, [b,c]]]`

Cabeça e Resto exemplo 3

- [dead(z)]

Head:

Tail:

Cabeça e Resto exemplo 3

- [dead(z)]

Head: dead(z)

Tail:

Cabeça e Resto exemplo 3

- [dead(z)]

Head: dead(z)

Tail: []

Cabeça e resto da lista vazia

- A lista vazia não tem nem cabeça nem resto
- Em Prolog, [] é uma lista simples especial sem nenhuma estrutura interna
- A lista vazia tem um papel importante nos predicados recursivos para o processamento de listas em Prolog

O operador |

- O Prolog tem um operador especial | que pode ser usado para decompor a lista em duas partes: cabeça e resto
- O operador | é essencial para escrever predicados de manipulação de listas

O operador |

?- [Head|Tail] = [mia, vincent, jules, yolanda].

Head = mia

Tail = [vincent,jules,yolanda]

yes

?-

O operador |

?- [X|Y] = [mia, vincent, jules, yolanda].

X = mia

Y = [vincent,jules,yolanda]

yes

?-

O operador |

?- [X|Y] = [].

no

?-

O operador |

?- [X,Y|Tail] = [[], dead(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]] .

X = []

Y = dead(z)

Z = _4543

Tail = [[2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]

yes

?-

Variáveis Anónimas

- Considere-se que estamos interessados no segundo e quarto elemento de uma lista

?- [X1,X2,X3,X4|Tail] = [mia, vincent, marsellus, jody, yolanda].

X1 = mia

X2 = vincent

X3 = marsellus

X4 = jody

Tail = [yolanda]

yes

?-

Variáveis Anónimas

- Existe uma forma mais simples de obter apenas a informação requerida:

```
?- [ _,X2, _,X4|_ ] = [mia, vincent, marsellus, jody, yolanda].
```

```
X2 = vincent
```

```
X4 = jody
```

```
yes
```

```
?-
```

O underscore é uma variável anónima

Variáveis Anónimas

- É usada quando é necessário usar uma variável mas não nos interessa saber o seu valor
- Cada ocorrência da variável anónima é independente

Member

- Uma das coisas mais básicas que gostaríamos de saber é se algo é um elemento de uma lista ou não
- Vamos escrever um predicado que quando é dado um termo X e uma lista L , indica se X pertence ou não a L
- Este predicado chama-se `member/2`

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

?-

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(yolanda,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(yolanda,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
yes  
?-
```

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(vincent,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(vincent,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
yes  
?-
```

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(zed,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(zed,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
no  
?-
```

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(X,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]):- member(X,T).
```

```
?- member(X,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
X = yolanda;  
X = trudy;  
X = vincent;  
X = jules;  
no
```

Rescrevendo member/2

```
member(X,[X|_]).
```

```
member(X,[_|T]):- member(X,T).
```

Recursividade em listas

- O predicado `member/2` acede recursivamente aos elementos da lista
 - faz alguma coisa na cabeça, e em seguida,
 - recursivamente faz a mesma coisa na cauda
- Esta técnica é muito comum em Prolog!

Exemplo: $a2b/2$

- O predicado $a2b/2$ recebe 2 listas como argumentos e sucede
 - se o primeiro argumento é uma lista de as, e
 - o segundo argumento é uma lista de bs exactamente do mesmo tamanho

?- $a2b([a,a,a,a],[b,b,b,b])$.

yes

?- $a2b([a,a,a,a],[b,b,b])$.

no

?- $a2b([a,c,a,a],[b,b,b,t])$.

no

Definir a2b/2: passo 1

```
a2b([], []).
```

- Frequentemente, o melhor é pensar no caso mais simples
- Neste caso: a lista vazia

Definir a2b/2: passo 2

```
a2b([], []).  
a2b([a|L1],[b|L2]):- a2b(L1,L2).
```

- Agora pensar recursivamente!

Testar a2b/2

```
a2b([], []).  
a2b([a|L1],[b|L2]):- a2b(L1,L2).
```

```
?- a2b([a,a,a],[b,b,b]).
```

yes

```
?-
```

Testar a2b/2

```
a2b([], []).  
a2b([a|L1],[b|L2]):- a2b(L1,L2).
```

```
?- a2b([a,a,a,a],[b,b,b]).
```

no

```
?-
```

Testar a2b/2

```
a2b([],[]).  
a2b([a|L1],[b|L2]):- a2b(L1,L2).
```

```
?- a2b([a,t,a,a],[b,b,b,c]).
```

no

```
?-
```

Testar a2b/2

```
a2b([], []).  
a2b([a|L1],[b|L2]):- a2b(L1,L2).
```

```
?- a2b([a,a,a,a,a], X).  
X = [b,b,b,b,b]  
yes  
?-
```

Testar a2b/2

```
a2b([], []).  
a2b([a|L1],[b|L2]):- a2b(L1,L2).
```

```
?- a2b(X,[b,b,b,b,b,b,b]).
```

```
X = [a,a,a,a,a,a,a]
```

```
yes
```

```
?-
```

Aritmética em Prolog

■ Inteiros e números reais

Arithmetic

$$2 + 3 = 5$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$5 - 3 = 2$$

$$3 - 5 = -2$$

$$4 : 2 = 2$$

1 is the remainder when 7 is
divided by 2

Prolog

?- 5 is 2+3.

?- 12 is 3*4.

?- 2 is 5-3.

?- -2 is 3-5.

?- 2 is 4/2.

?- 1 is mod(7,2).

Exemplos

?- 10 is 5+5.

yes

?- 4 is 2+3.

no

?- X is 3 * 4.

X=12

yes

?- R is mod(7,2).

R=1

yes

Definir predicados com aritmética

```
addThreeAndDouble(X, Y):-
```

```
    Y is (X+3) * 2.
```

Definir predicados com aritmética

```
addThreeAndDouble(X, Y):-  
    Y is (X+3) * 2.
```

```
?- addThreeAndDouble(1,X).  
X=8  
yes
```

```
?- addThreeAndDouble(2,X).  
X=10  
yes
```

Aritmética em Prolog

- É importante saber que apenas $+$, $-$, $/$ e $*$ não fazem operações aritméticas
- Expressões $3+2$, $4-7$, $5/5$ são simples termos Prolog
 - Functor: $+$, $-$, $/$, $*$
 - Aridade: 2
 - Argumentos: inteiros

Aritmética em Prolog

```
?- X = 3 + 2.
```

Aritmética em Prolog

```
?- X = 3 + 2.
```

```
X = 3+2
```

```
yes
```

```
?-
```

Aritmética em Prolog

```
?- X = 3 + 2.
```

```
X = 3+2
```

```
yes
```

```
?- 3 + 2 = X.
```

Aritmética em Prolog

```
?- X = 3 + 2.
```

```
X = 3+2
```

```
yes
```

```
?- 3 + 2 = X.
```

```
X = 3+2
```

```
yes
```

```
?-
```

O predicado is/2

- Para forçar o Prolog a avaliar expressões aritméticas, é necessário usar

is

- Como este não é um predicado Prolog como os outros, tem algumas restrições

O predicado is/2

?- X is 3 + 2.

O predicado is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

yes

?-

O predicado is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

yes

?- 3 + 2 is X.

O predicado is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

yes

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?-

O predicado is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

yes

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Result is 2+2+2+2+2.

O predicado is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

yes

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Result is 2+2+2+2+2.

Result = 10

yes

?-

Restrições ao uso do is/2

- Podem-se usar variáveis no lado direito do predicado **is**
- Mas quando o Prolog faz a avaliação, as variáveis têm que estar instanciadas com um termo Prolog sem variáveis
- Este termo Prolog tem que ser uma expressão aritmética

Notação

- Nas expressões aritméticas
 - $3+2$, $4/2$, $4-5$ são simples termos Prolog na notação infixa:
 $3+2$ é o mesmo que $+(3,2)$
 - O predicado **is** é um predicado Prolog com dois argumentos

Notação

- Nas expressões aritméticas
 - $3+2$, $4/2$, $4-5$ são simples termos Prolog na notação infixa :
 $3+2$ é o mesmo que $+(3,2)$
 - O predicado **is** é um predicado Prolog com dois argumentos

```
?- is(X,+(3,2)).  
X = 5  
yes
```

Aritmética e Listas

- Qual o tamanho de uma lista?
 - A lista vazia tem tamanho: zero;
 - A lista não-vazia tem tamanho: um mais o tamanho do seu resto.

Tamanho de uma lista em Prolog

```
len([],0).  
len(_|L,N):-  
    len(L,X),  
    N is X + 1.
```

?-

Tamanho de uma lista em Prolog

```
len([],0).  
len(_|L,N):-  
    len(L,X),  
    N is X + 1.
```

```
?- len([a,b,c,d,e,[a,x],t],X).
```

Tamanho de uma lista em Prolog

```
len([],0).  
len(_|L,N):-  
    len(L,X),  
    N is X + 1.
```

```
?- len([a,b,c,d,e,[a,x],t],X).  
X=7  
yes  
?-
```

Acumuladores

- Este é um programa razoável
 - Fácil de entender
 - Relativamente eficiente
- Mas existe outro método para calcular o tamanho de uma lista
 - Introduzir a noção de acumulador
 - Acumuladores são variáveis que guardam resultados intermédios

Definição acclen/3

- O predicado acclen/3 tem três argumentos
 - A lista cujo tamanho queremos calcular
 - O tamanho da lista, um inteiro
 - Um acumulador, que guarda os valores intermédios do tamanho

Definição acclen/3

- O acumulador de acclen/3
 - O valor inicial do acumulador é 0
 - Adicionar 1 ao acumulador cada vez que se retira recursivamente a cabeça da lista
 - Quando se obtém a lista vazia, o acumulador contém o tamanho da lista

Tamanho de uma lista em Prolog

```
acclen([],Acc,Length):-  
    Length = Acc.
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

?-

Tamanho de uma lista em Prolog

```
acclen([],Acc,Length):-  
    Length = Acc.
```

**adicionar 1 ao acumulador
de cada vez que se retira a
cabeça da lista**

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

?-

Tamanho de uma lista em Prolog

```
acclen([],Acc,Length):-  
    Length = Acc.
```

**Quando se obtém a list vazia,
o acumulador contém o
tamanho da lista**

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

?-

Tamanho de uma lista em Prolog

```
acclen([],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

?-

Tamanho de uma lista em Prolog

```
acclen([],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

```
?-acclen([a,b,c],0,Len).
```

```
Len=3
```

```
yes
```

```
?-
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).

```
acclen([ ],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).
/ \

```
acclen([ ],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
  NewAcc is OldAcc + 1,  
  acclen(L,NewAcc,Length).
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).

/

\

no

?- acclen([b,c],1,Len).

/

\

```
acclen([ ],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
  NewAcc is OldAcc + 1,  
  acclen(L,NewAcc,Length).
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).

/

no

\

?- acclen([b,c],1,Len).

/

no

\

?- acclen([c],2,Len).

/

\

```
acclen([ ],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
  NewAcc is OldAcc + 1,  
  acclen(L,NewAcc,Length).
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).

/

no

\

?- acclen([b,c],1,Len).

/

no

\

?- acclen([c],2,Len).

/

no

\

?- acclen([],3,Len).

/

\

```
acclen([],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
  NewAcc is OldAcc + 1,  
  acclen(L,NewAcc,Length).
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).

/

no

\

?- acclen([b,c],1,Len).

/

no

\

?- acclen([c],2,Len).

/

no

\

?- acclen([],3,Len).

/

Len=3

\

no

```
acclen([],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
  NewAcc is OldAcc + 1,  
  acclen(L,NewAcc,Length).
```

Adicionar um predicado para inicializar

```
acclen([ ],Acc,Acc).
```

```
acclen([ _|L],OldAcc,Length):-  
    NewAcc is OldAcc + 1,  
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

```
length(List,Length):-  
    acclen(List,0,Length).
```

```
?-length([a,b,c], X).  
X=3  
yes
```

Recursividade terminal

- Porque é que $acclen/3$ é melhor que $len/2$?
 - $acclen/3$ tem recursividade terminal, $len/2$ não
- Diferença:
 - Nos predicados com recursividade terminal, os resultados são completamente calculados quando se chega à cláusula base
 - Nos predicados com recursividade terminal, ainda existem goals no stack quando se chega à cláusula base

Comparação

Not tail-recursive

```
len([],0).
len([_|L],NewLength):-
    len(L,Length),
    NewLength is Length + 1.
```

Tail-recursive

```
acclen([],Acc,Acc).
acclen([_|L],OldAcc,Length):-
    NewAcc is OldAcc + 1,
    acclen(L,NewAcc,Length).
```

Árvore de pesquisa do len/2

?- len([a,b,c], Len).

```
len([],0).
len([_|L],NewLength):-
    len(L,Length),
    NewLength is Length + 1.
```

Árvore de pesquisa do len/2

```
?- len([a,b,c], Len).  
  /      \  
no  ?- len([b,c],Len1),  
      Len is Len1 + 1.
```

```
len([],0).  
len([_|L],NewLength):-  
  len(L,Length),  
  NewLength is Length + 1.
```

Árvore de pesquisa do len/2

```
?- len([a,b,c], Len).  
  /      \  
no  ?- len([b,c],Len1),  
      Len is Len1 + 1.  
      /      \  
no    ?- len([c], Len2),  
          Len1 is Len2+1,  
          Len is Len1+1.
```

```
len([],0).  
len([_|L],NewLength):-  
    len(L,Length),  
    NewLength is Length + 1.
```

Árvore de pesquisa do len/2

?- len([a,b,c], Len).

/ \
no ?- len([b,c],Len1),
 Len is Len1 + 1.

/ \
no ?- len([c], Len2),
 Len1 is Len2+1,
 Len is Len1+1.

/ \
no ?- len([], Len3),
 Len2 is Len3+1,
 Len1 is Len2+1,
 Len is Len1 + 1.

```
len([],0).  
len([_|L],NewLength):-  
  len(L,Length),  
  NewLength is Length + 1.
```

Árvore de pesquisa do len/2

?- len([a,b,c], Len).

/ \
no ?- len([b,c], Len1),
Len is Len1 + 1.

/ \
no ?- len([c], Len2),
Len1 is Len2+1,
Len is Len1+1.

/ \
no ?- len([], Len3),
Len2 is Len3+1,
Len1 is Len2+1,
Len is Len1 + 1.

/ \
Len3=0, Len2=1, no
Len1=2, Len=3

```
len([],0).  
len([_|L],NewLength):-  
  len(L,Length),  
  NewLength is Length + 1.
```

Árvore de pesquisa do acclen/3

?- acclen([a,b,c],0,Len).

/

no

\

?- acclen([b,c],1,Len).

/

no

\

?- acclen([c],2,Len).

/

no

\

?- acclen([],3,Len).

/

Len=3

\

no

```
acclen([],Acc,Acc).
```

```
acclen([_|L],OldAcc,Length):-  
  NewAcc is OldAcc + 1,  
  acclen(L,NewAcc,Length).
```

Comparação de Inteiros

Arithmetic

$x < y$

$x \leq y$

$x = y$

$x \neq y$

$x \geq y$

$x > y$

Prolog

$X < Y$

$X =< Y$

$X =:= Y$

$X =\backslash= Y$

$X >= Y$

$X > Y$

Comparação de Inteiros

- Força a avaliação de ambos os argumentos (lado esquerdo e direito)

?- 2 < 4+1.

yes

?- 4+3 > 5+5.

no

Operadores de Comparação

- Força a avaliação de ambos os argumentos (lado esquerdo e direito)

?- 4 = 4.

yes

?- 2+2 = 4.

no

?- 2+2 =:= 4.

yes

Comparação de números

- Definir um predicado que recebe dois argumentos, e é verdadeiro quando:
 - O primeiro argumento é uma lista de inteiros
 - O segundo argumento é o maior inteiro da lista
- Ideia Base
 - Usar um acumulador
 - O acumulador guarda o maior valor encontrado até ao momento
 - Quando encontra um valor maior, actualiza o acumulador

Definição de accMax/3

```
accMax([H|T],A,Max):-
```

```
  H > A,
```

```
  accMax(T,H,Max).
```

```
accMax([H|T],A,Max):-
```

```
  H =< A,
```

```
  accMax(T,A,Max).
```

```
accMax([],A,A).
```

```
?- accMax([1,0,5,4],0,Max).
```

```
Max=5
```

```
yes
```

Predicado para inicializar max/2

```
accMax([H|T],A,Max):-  
    H > A,  
    accMax(T,H,Max).
```

```
accMax([H|T],A,Max):-  
    H =< A,  
    accMax(T,A,Max).
```

```
accMax([],A,A).
```

```
max([H|T],Max):-  
    accMax(T,H,Max).
```

```
?- max([1,0,5,4], Max).  
Max=5  
yes
```

```
?- max([-3, -1, -5, -4], Max).  
Max= -1  
yes
```

```
?-
```

Append

- O **append/3** é um predicado importante cujos argumentos são todos listas
- `append(L1,L2,L3)` é verdadeiro se a lista L3 é o resultado da concatenação das listas L1 e L2

```
?- append([a,b,c,d],[3,4,5],[a,b,c,d,3,4,5]).
```

```
yes
```

```
?- append([a,b,c],[3,4,5],[a,b,c,d,3,4,5]).
```

```
no
```

Append

- Do ponto de vista procedimental, a utilização óbvia do `append/3` é para concatenar duas listas
- Pode-se fazer isso simplesmente usando uma variável no terceiro argumento

```
?- append([a,b,c,d],[1,2,3,4,5], X).
```

```
X=[a,b,c,d,1,2,3,4,5]
```

```
yes
```

```
?-
```

Definição do append/3

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

- Definição recursiva
 - Cláusula base: concatenar a lista vazia a qualquer lista resulta nessa mesma lista
 - Passo recursivo: concatenar uma lista não-vazia $[H|T]$ com uma lista L , resulta numa lista com cabeça H e resto igual à concatenação de T e L

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```


Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)
/ \

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
 /
†
  R = [a|L0]
  ?- append([b,c],[1,2,3],L0)
    /
    †
      L0=[b|L1]
      ?- append([c],[1,2,3],L1)
```

```
append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
  append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
    append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
 /           \
†           R = [a|L0]
           ?- append([b,c],[1,2,3],L0)
            /           \
            †           L0=[b|L1]
                   ?- append([c],[1,2,3],L1)
                    /           \
                    †           L1=[c|L2]
                           ?- append([], [1,2,3], L2)
```

```
append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
    append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
append([], L, L).
append([H|L1], L2, [H|L3]):-
    append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

Árvore de pesquisa do append/3

?- append([a,b,c],[1,2,3], R).

/ \
† R = [a|L0]
?- append([b,c],[1,2,3],L0)

/ \
† L0=[b|L1]
?- append([c],[1,2,3],L1)

L2=[1,2,3]
L1=[c|L2]=[c,1,2,3] †
L0=[b|L1]=[b,c,1,2,3]
R=[a|L0]=[a,b,c,1,2,3]

/ \
L1=[c|L2]
?- append([], [1,2,3], L2)

/ \
L2=[1,2,3] †

```
append([], L, L).  
append([H|L1], L2, [H|L3]):-  
    append(L1, L2, L3).
```

Usar o append/3

- Dividir uma lista:

```
?- append(X,Y, [a,b,c,d]).  
X=[ ]      Y=[a,b,c,d];  
X=[a]      Y=[b,c,d];  
X=[a,b]    Y=[c,d];  
X=[a,b,c]  Y=[d];  
X=[a,b,c,d] Y=[ ];  
no
```

Prefixo e sufixo

- Pode-se usar o `append/3` para definir outros predicados úteis
- Um exemplo é obter prefixos e sufixos de uma lista

Definição do prefix/2

```
prefix(P,L):-  
    append(P,_,L).
```

- Uma lista P é prefixo de outra lista L quando existe uma lista tal que L é o resultado da concatenação de P com essa lista.
- Usa-se a variável anónima porque não interessa o conteúdo dessa lista.

Uso do prefix/2

```
prefix(P,L):-  
  append(P,_,L).
```

```
?- prefix(X, [a,b,c,d]).  
X=[ ];  
X=[a];  
X=[a,b];  
X=[a,b,c];  
X=[a,b,c,d];  
no
```

Definição do suffix/2

```
suffix(S,L):-  
    append(_,S,L).
```

- Uma lista S é sufixo de outra lista L quando existe uma lista tal que L é o resultado da concatenação dessa lista com S .
- Usa-se a variável anónima porque não interessa o conteúdo dessa lista.

Uso do suffix/2

```
suffix(S,L):-  
    append(_,S,L).
```

```
?- suffix(X, [a,b,c,d]).  
X=[a,b,c,d];  
X=[b,c,d];  
X=[c,d];  
X=[d];  
X=[];  
no
```

Definição de sublist/2

- É agora simples escrever um predicado que obtém sub-listas de listas
- As sub-listas de uma lista L são apenas os prefixos dos sufixos de L

```
sublist(Sub,List):-  
    suffix(Suffix,List),  
    prefix(Sub,Suffix).
```

append/3 e eficiência

- O predicado **append/3** é útil e é importante saber como o usar
- É também importante saber que o **append/3** pode ser fonte de ineficiência
- Porquê?
 - Concatenar uma lista não é feito com uma só acção
 - É necessário percorrer uma das listas

Inversão de uma Lista

- Vamos ilustrar o problema do append/3 usando-o para inverter os elementos de uma lista
- Definir um predicado que transforme a lista [a,b,c,d,e] na lista [e,d,c,b,a]
- É útil uma vez que o Prolog apenas permite o acesso directo à cabeça da lista

Inversão Naïve

- Definição recursiva

1. O inverso da lista vazia, é a lista vazia
2. O inverso da lista $[H|T]$, é a lista obtida por inversão de T e concatenação com $[H]$

- Exemplo, considere-se a lista $[a,b,c,d]$.

- Ao inverter o resto obtém-se $[d,c,b]$.
- Que concatenado com $[a]$ dá $[d,c,b,a]$

Inversão Naïve em Prolog

```
naiveReverse([],[]).  
naiveReverse([H|T],R):-  
    naiveReverse(T,RT),  
    append(RT,[H],R).
```

- A definição está correcta, mas é muito ineficiente
- Perde imenso tempo a fazer concatenações
- Mas existe uma alternativa melhor...

Inversão com um acumulador

- A alternativa é usar um acumulador
- O acumulador é uma lista, inicialmente vazia
- Retira-se a cabeça da lista a inverter e adiciona-se como a cabeça do acumulador
- Repete-se até obter a lista vazia
- Nesta altura o acumulador contém a lista invertida!

Inversão com um acumulador

```
accReverse([ ],L,L).  
accReverse([H|T],Acc,Rev):-  
    accReverse(T,[H|Acc],Rev).
```

Adicionar um predicado para iniciar

```
accReverse([ ],L,L).  
accReverse([H|T],Acc,Rev):-  
    accReverse(T,[H|Acc],Rev).
```

```
reverse(L1,L2):-  
    accReverse(L1,[ ],L2).
```

Exemplo do acumulador

- List: [a,b,c,d] Accumulator: []

Exemplo do acumulador

- List: [a,b,c,d] Accumulator: []
- List: [b,c,d] Accumulator: [a]

Exemplo do acumulador

- List: [a,b,c,d] Accumulator: []
- List: [b,c,d] Accumulator: [a]
- List: [c,d] Accumulator: [b,a]

Exemplo do acumulador

- List: [a,b,c,d] Accumulator: []
- List: [b,c,d] Accumulator: [a]
- List: [c,d] Accumulator: [b,a]
- List: [d] Accumulator: [c,b,a]

Exemplo do acumulador

- List: [a,b,c,d] Accumulator: []
- List: [b,c,d] Accumulator: [a]
- List: [c,d] Accumulator: [b,a]
- List: [d] Accumulator: [c,b,a]
- List: [] Accumulator: [d,c,b,a]